

PZT TİPİ BİMORF PİEZOELEKTRİK ENERJİ HASATLAYICILARIN ALT KATMAN ÜZERİNDEKİ KONUMUNUN VERİME ETKİSİ

Alkim ADSIZ^{a)}, Bilsay SÜMER^{b)} ve Mehmet N. BALCI^{c)}

Hacettepe Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü 06800, ANKARA

^{a)}alkim.adsiz@hacettepe.edu.tr, ^{b)}bsumer@hacettepe.edu.tr ^{c)}mehmetbalci@hacettepe.edu.tr

Bu çalışmada bimorf yapıda sonlu elemanlar analizi yöntemiyle modellenmiş piezoelektrik enerji hasatlayıcıların giriş üzerindeki konumlarının voltaj ve buna bağlı olarak güç çıkışına etkisi araştırılmıştır. ANSYS parametrik tasarım dili kullanılarak, piezoelektrik yamaların alt katman üzerindeki konumu kademeli olarak değiştirilmesi işlemi hızlandırılmış ve elde edilen sonuçlar bütün değişken parametrelere göre iki veya üç boyutlu grafikler şeklinde verilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Piezoelektrik enerji hasatlama, Hasatlayıcı konumu, Uç kütlesi, Sonlu elemanlar metodu.

THE EFFECT OF THE LOCATION OF PZT BIMORPH PIEZOELECTRIC ENERGY HARVESTER ON THE SUBSTRATE TO THE EFFICIENCY

ABSTRACT

In this study, the effects of the positioning of piezoelectric energy harvesters, modelled using bimorph configuration with finite element analysis method, on the beam voltage and, consequently, power output were investigated. Using the ANSYS parametric design language, the process of gradually changing the position of the piezoelectric patches on the substrate was accelerated, and the results were presented as two- and three-dimensional graphs for all variable parameters.

Keywords: Piezoelectric energy harvesting, Harvester position, Tip mass, Finite element method (FEM).

1. GİRİŞ

Piezoelektrik enerji hasadı (PEH) teknolojisi 2000'lerin başlarından itibaren hayatımızda daha çok duymaya başladığımız ve genellikle yapısal sağlık durumu izlemeye, giyilebilir teknolojilerde veya küçük sensörlerin gücünü sağlamak için kullanılması amaçlanan teknolojilerin bütünüdür. Yapısal sağlık izleme sensörleri, kablosuz sensör ağları kullanılmaktadır ve bunlar için ortamdaki mekanik enerjiyi piezoelektrik malzemeleri kullanarak hasatlamak amaçlanmaktadır [1]. Giyilebilir teknolojiler ise insan vücudunun

hareketini kullanarak enerji hasatlama ilkesini kullanmaktadır [2].

Bir piezoelektrik malzeme kristal yapısının sonucu olarak üzerinde gerinim oluşması durumunda, polarizasyon yönünde elektriksel bir alan farkı oluşturur. Bu da mekanik özelliğin direkt olarak elektriksel enerjiye çevrilmesine olanak sağlamaktadır.

Piezoelektrik enerji hasadı tekniği diğer mekanik hasatlama tekniklerine göre üretim kolaylığı ve yüksek enerji yoğunluğu vermektedir ve mekanik enerjinin olduğu her çevrede kullanılabilir [3-4].

Günümüzde piezoelektrik malzemelerin farklı türleri araştırmalar için kullanılmaktadır. Bunlardan bazıları piezoseramikler (PZT) , makro fiber kompozitler (MFC), veya poliviniliden florür (PVDF) olarak özetlenebilir. PZT tipi seramikler yüksek piezoelektrik katsayılarına sahiptir. Ve küçük gerinimlerden dahi yüksek voltaj çıktısı sağlayabilirler. PVDF materyallerin ise esnek olma avantajı vardır. MFC'ler ise ikisinin de faydalı yanlarını almayı amaçlamaktadır.

Bir piezoelektrik enerji hasatlayıcı, çoğunlukla dikdörtgen bir kiriş yapısının üzerine piezoelektrik malzemelerin yapıştırılması yoluyla elde edilmektedir. Eğer piezoelektrik malzeme kirişin sadece bir yüzüne yapıştırılmışsa bu yapıya ünimorf iki yüzeyine de yapıştırılmış ise bimorf olarak adlandırılır. Bimorf yapıların seri bağlama koşulunda voltaj hassasiyeti ünimorf'a göre daha yüksek iken ünimorflar'ın ise yük hassasiyeti konusunda daha avantajlıdır [5].

Piezoelektrik yapının kiriş üzerindeki konumunun üretebileceği güce etkisi ile ilgili birçok çalışma bulunmaktadır. Piezoelektrik malzeme, üzerindeki gerinimle doğru orantılı olarak voltaj ürettiği için kısa kirişlerde en yüksek güç cevabı alınan konum kirişin en yüksek bükülme momentine maruz kaldığı yer olmaktadır. Bu konum birinci doğal mod için kirişin sabitlendiği konumdur. Fakat kiriş veya piezoelektrik katmanın boyunun uzaması bu etkiyi değiştirebilmektedir [6]. Yine rastgele uyarılma koşullarında piezoelektrik katmanın uyarılma noktasına yakın bulunması verimi artırmaktadır [7].

2. TEORİ

Piezoelektrik bir malzemenin süreklilik denklemleri aşağıda verildiği gibidir.

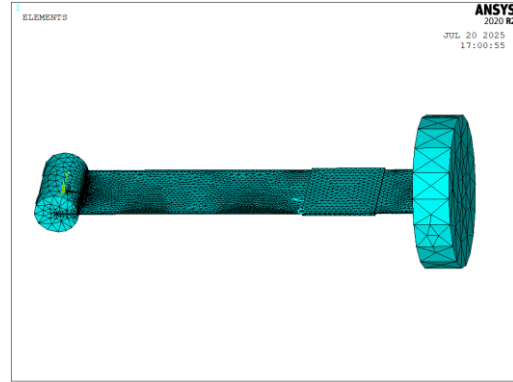
$$S = s^E T + dE \quad (1)$$

$$D = dT + \epsilon^T E \quad (2)$$

Bu denklemde “S” harfi mekanik gerinimi, “T” harfi mekanik stresi, “D” elektriksel yer değiştirmeyi ve “E” harfi de elektrik alanı ifade eder. Bu ifadelerin birbirleri ile bağlantısını kuran diğer parametreler “d”, “ε” ve “s” olmaktadır. Bunlar da sırasıyla piezoelektrik katsayılar elektriksel geçirgenlik ve esneklik matrislerini ifade eder. Bu çalışmada standart bir piezoelektrik malzeme olan PZT-5'in malzeme katsayıları kullanılmıştır [8].

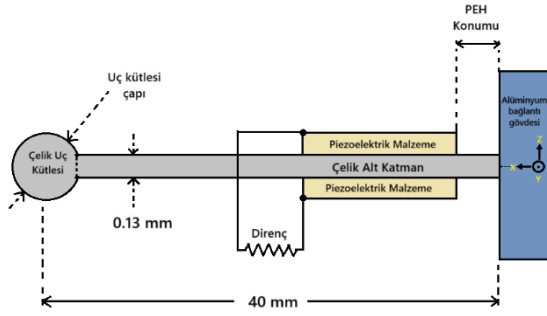
3. METOD

Çalışma için bimorf yapıdaki bir piezoelektrik enerji hasatlayıcısı (PEH) bir ankastre kiriş modeli üzerinde bulunacak şekilde ANSYS APDL programlama dili kullanılarak Şekil 1’de gözüktüğü gibi modellenmiştir. Hem ankastre kiriş hem de bimorf piezoelektrik enerji hasatlayıcı (PEH) için üç boyutlu bir eleman tipi olan SOLID98 element tipi kullanılmıştır. SOLID98 eleman tipi üç boyutta içerdiği düğüm noktalarında hem yer-değiştirme (deplasman) hem de elektrik potansiyeli (voltaj) bilgilerini tutabildiği için akuple (mekanik alan+elektrik alan) analizler için uygundur.



Şekil 1. Bir ankastre kiriş üzerinde bimorf piezoelektrik enerji hasatlayıcı (PEH) için parametrik sonlu elemanlar modeli (ANSYS APDL).

Geliştirilen parametrik modelde piezoelektrik katmanların kiriş üzerindeki konumu değiştirilmiş ve bunlara ek olarak uç kütleleri ve PZT katmanların en üst ve en alt düğümlerine bağlanan direnç değeri değiştirilmiştir, kiriş uzunluğu ve kalınlığı ise sırasıyla 40 mm ve 0.13 mm olacak şekilde sabit tutulmuştur. Bu veriler Şekil 2’ de sunulan sistem şeması üzerinde gösterilmiştir. Bu şekilden de görüleceği gibi ankastre kiriş çelik malzemedir, ankastre kirişin bağlı olduğu gövde ise alüminyumdan yapılmıştır. Bu nedenle bu iki yapıda (çelik alt katman ve alüminyum gövde) herhangi bir piezoelektrik etki görülmeyecek şekilde modelleme yapılarak, bu bileşenlerdeki malzeme özellikleri atanırken sadece elastik özellikler girilmiş, piezoelektrik katsayılar sıfır olarak girilmiştir. Piezoelektrik katsayılar yalnızca bimorf PZT katmanı için atanmıştır. Tablo 1’de ise değişken parametrelerin listesi verilmiştir. Bu tablo vasıtası ile parametrik sonuçlar matrisinin elde edilmesi sağlanmıştır.



Şekil 2 Ankastre kiriş bimorf piezoelektrik enerji hasatlayıcı (PEH) için değişken parametrelerin şematik görünümü.

Tablo 1. Değişken parametreler ve değerleri.

	Piezoelektrik hasatlayıcı konumu	Uç kütleleri	Katmanlar arası direnç
1	5 mm	0.716 g	1 kΩ
2	15 mm	0.917 g	10 kΩ
3	25 mm	1.142 g	100 kΩ
4	-	-	1000 kΩ
5	-	-	10000 kΩ

Tablodan da anlaşılacağı üzere toplamda piezoelektrik katman için üç ayrı lokasyon, direnç için beş farklı değer ve uç kütleleri için yine üç ayrı değer kullanılmıştır. Bütün parametreler toplamda 45 adet harmonik çözüm yapmayı gerektirmiştir. Analizlerde sadece malzemenin birinci modu incelenmiştir.

Analizler modal ve harmonik tahrik olarak iki şekilde gerçekleştirilmiştir. Modal analizde yapının bağlantı gövdesi kısmı (bkz. Şekil 2) bütün ortogonal yönlerden ankastre hale getirilmiştir. Harmonik analiz için ise yine bağlantı gövdesi üzerinden, “X” ve “Y” yönleri sınırlandırılmış “Z” yönünden ise 0.5mm genlikte salınım uygulanmıştır. PZT katmandaki gerilim farkları ilgili düğümün voltaj cevabı olarak APDL üzerinden çekilmiştir.

Ayrıca kullanılan malzeme parametreleri

Tablo 2’de gösterildiği gibidir.

Tablo 2. Analizlerde kullanılan malzeme parametreleri ve değerleri.

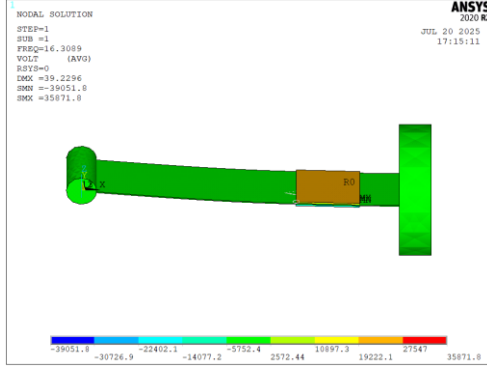
İfade	Tanım	Değerler		
		PZT katman	Alüminyum Gövde	Çelik Alt Katman
ρ	Yoğunluk (kg/m^3)	7500	2100	7890
ν	Poisson oranı	0.31	0.32	0.3
E	Elastikiyet katsayısı ($\times 10^9 Pa$)	$C_{11} = C_{22} = 139$ $C_{12} = C_{21} = 77.8$ $C_{13} = C_{31} = 74.3$ $C_{33} = 115$ $C_{44} = C_{55} = C_{66} = 30.6$	70	210
d	Piezoelektrik katsayılar (C/m^2)	$d_{13} = d_{23} = -5.2$ $d_{33} = 15.1$ $d_{52} = d_{61} = 12.7$	-	-
ϵ	Yalıtkanlık sabiti ($10^{-9} C/Vm$)	$\epsilon_{11} = \epsilon_{22} = 6.45$ $\epsilon_{33} = 5.61$	-	-

4. ANALİZ SONUÇLARI

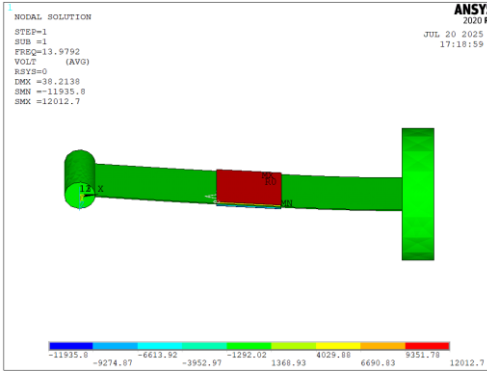
Yapı için belirlenen modal analiz koşullarında kütle matrisine göre normalize etme seçeneği seçilmiş ve bu analizden elde edilen voltaj farkları Şekil 3, Şekil 4 ve Şekil 5’te verilmiştir. Bu modal analizde piezoelektrik hasatlayıcı katmanın konumu değiştirilirken uç kütleleri sabit tutulduğunda, birinci doğal frekansın düştüğü gözükmektedir. Piezoelektrik enerji hasatlayıcı (PEH) katmanının sabit uçtan (gövde) ileriye doğru alınması ankastre kiriş ucundaki kütleli artırmakta ve doğal frekansın düşmesine sebep olmaktadır.

Şekil 3, Şekil 4 ve Şekil 5’teki piezoelektrik enerji hasatlayıcıda (PEH) uç kütleleri ve direnç değerleri sabit tutulmuş, piezoelektrik hasatlayıcı konumu ise değiştirilmiştir. Sabit tutulan değerler sırasıyla 0.716 g ve 10 MΩ’dur. Şekil 3, Şekil 4 ve Şekil 5’den görüleceği üzere, piezoelektrik enerji hasatlayıcının gövdeye en

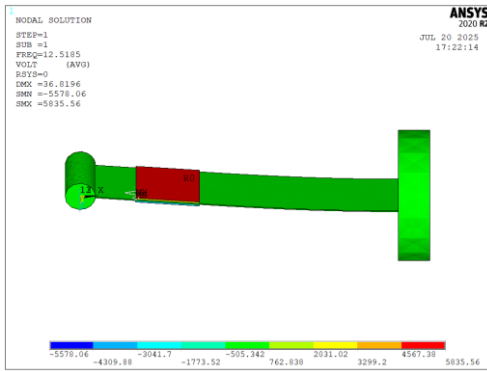
yakın olduğu konumda doğal frekans 16.31 Hz iken, bu değer orta noktada 13.98 Hz ve en uzak konumda ise 12.51 Hz'e kadar düşmektedir. Burada piezoelektrik katmanın toplamda 0.211 g ağırlığı vardır ve bu da sistemin dinamik cevabını etkilemektedir.



Şekil 3. Gövdeden 5 mm uzaklıktaki piezoelektrik enerji hasatlayıcı (PEH) konumu için modal analiz sonucu.

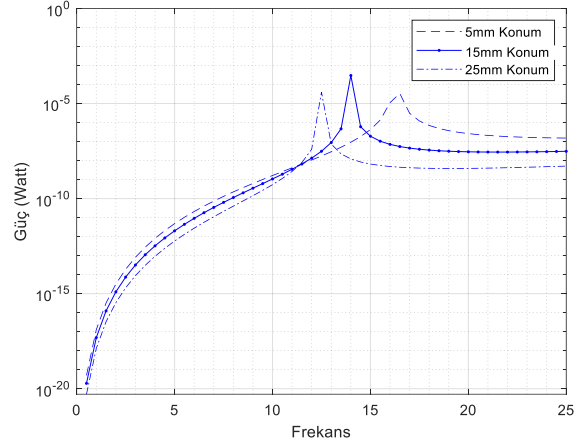


Şekil 4 Gövdeden 15 mm uzaklıktaki piezoelektrik enerji hasatlayıcı (PEH) konumu için modal analiz sonucu.

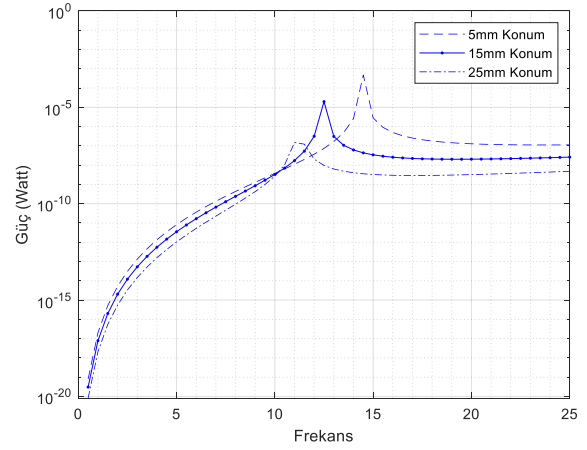


Şekil 5. Gövdeden 25 mm uzaklıktaki piezoelektrik enerji hasatlayıcı (PEH) konumu için modal analiz sonucu.

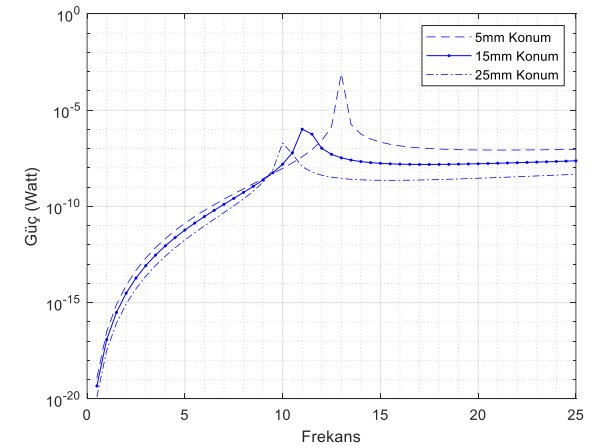
Modal analizin ardından malzemenin değişken frekans girdisi altında verdiği elektriksel tepkiyi ve güç cevabını değerlendirebilmek için harmonik analizler yapılmış olup bu analizlerden elde edilen sonuçlar ve parametrelerin toplam güç cevabına etkileri ilerleyen grafiklerde açıklanmaya çalışılmıştır.



Şekil 6. 0.716 g uç kütlesi ve 10 MΩ yüklemeye altında değişken PEH konumuna göre güç cevabı.



Şekil 7. 0.917 g uç kütlesi ve 10 MΩ yüklemeye altında değişken PEH konumuna göre güç cevabı.

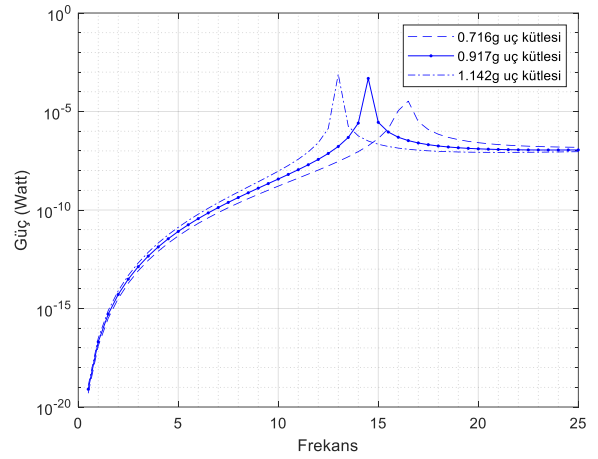


Şekil 8. 1.142 g uç kütlesi çapı ve 10 MΩ yüklemeye altında değişken PEH konumuna göre güç cevabı.

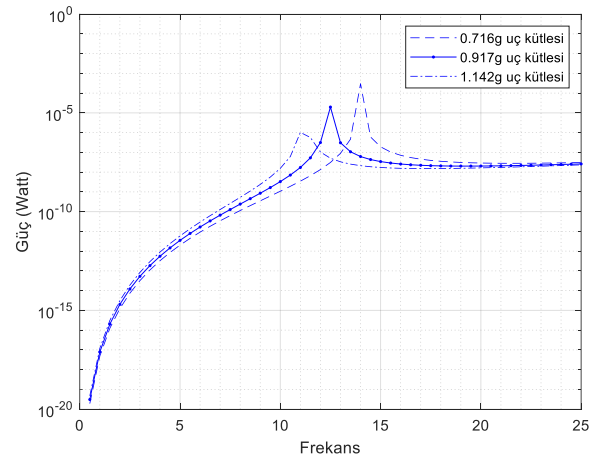
Şekil 6, Şekil 7 ve Şekil 8'de üç farklı uç kütlesine ve aynı dirence sahip fakat farklı piezoelektrik konumları olan enerji hasatlayıcıların frekansa göre güç eğrisi elde edilmiştir. Burada sunulan grafiklerden anlaşılacağı üzere, bütün uç kütlesi

durumlarında (0.716 g, 0.917 g ve 1.142 g) hasatlayıcının sabit uca (gövdeye) en yakın olduğu durumda (5 mm konum) maksimum güç değeri her zaman hasatlayıcının orta (15 mm konum) ve uzak (25 mm konum) noktalarına kıyasla daha yüksek frekans değerlerinde elde edilmektedir. Maksimum gücün elde edildiği frekans değeri her zaman gövdeden en uzak konumda (25 mm konum) daha düşüktür. Uç kütlelerinin elde edilen maksimum gücün büyüklüğünde önemli etkisi olduğu anlaşılmaktadır. Uç kütlesi düşük iken (0.716 g) maksimum güç hasatlayıcının gövdeye orta uzaklıkta (15 mm konum) olduğu durumda, uç kütlesi arttığında ise (1.142 g) maksimum güç hasatlayıcının gövdeye en yakın olduğu durumda (5 mm konum) elde edilmektedir. Bu durum maksimum güç cevabının, hasatlayıcı konumu ve uç kütlelerinin bir fonksiyonu olduğunu göstermektedir. İstenilen çözüm hassasiyetine ve hesaplama zamanı düşünülerek analizlerdeki frekans adımı artırılabilir. Frekans adımı küçültülerek deneyler tekrarlanabilir ve elde edilen sonuçlar buna göre yorumlanmalıdır.

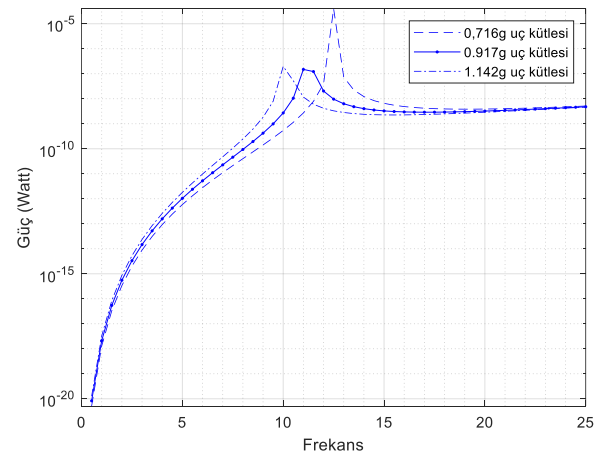
Aynı piezoelektrik hasatlayıcı konumu kullanılarak (gövdeden 5 mm uzaklık konumu), farklı uç kütlelerine sahip hasatlayıcıların frekansa göre güç cevabı Şekil 9, Şekil 10 ve Şekil 11'de verilmiştir. Bu grafiklerden de anlaşılacağı üzere uç kütlelerinin artması her zaman doğal frekansı düşürdüğü görülmektedir. PEH gövdeye en yakın konumda iken (5 mm konum), en yüksek güç çıktısı 1.142 g uç kütlesi olduğunda elde edilmiştir. Bu konumdaki PEH için güç-frekans eğrisi Şekil 9'da görülmektedir. PEH konumu kiriş ortasında iken (15 mm konum), maksimum gücün 0.716 g uç kütlelerinde olduğu görülmektedir. İlgili güç-frekans davranışı Şekil 10'da gösterilmektedir. Son olarak, PEH konumunun 25 mm olduğu uzak konum incelenmiştir. Bu durumda da maksimum güç çıkışının 0.716 g uç kütlesi olduğu durumda olduğu gözlenmiştir. Bu sonuçlardan çıkarılacak ana sonuç hasatlanan maksimum gücün PEH konumunun, uç kütlelerinin ve katmanlar arası direnç değerinin bir fonksiyonu olduğudur.



Şekil 9. 5 mm uzaklıkta PEH konumuna sahip, 10 MΩ direnç yüklemesi altında güç cevapları.



Şekil 10. 15 mm uzaklıkta PEH konumuna sahip, 10 MΩ direnç yüklemesi altında güç cevapları.



Şekil 11. 25 mm uzaklıkta PEH konumuna sahip, 10 MΩ direnç yüklemesi altında güç cevapları.

Ayrıca PEH konumu gövdeye en yakın iken (5 mm konum) maksimum güç sırasıyla 1.142 g, 0.917 g ve 0.716 g uç kütlesi değerlerinde elde edilirken (Şekil 9), PEH konumu kiriş ortasında (15 mm konum) ve gövdeye en uzak iken (25 mm konum), bu durum tersine doğru dönmekte

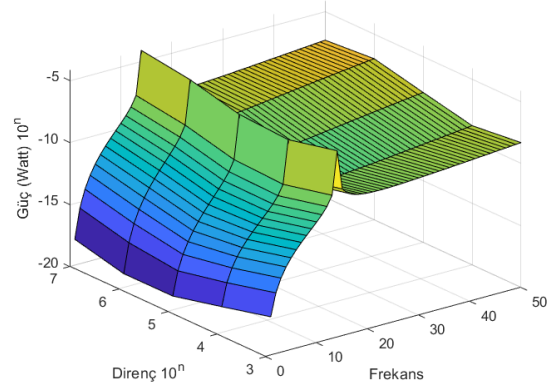
ve maksimum güç çıktıları sırasıyla 0.716 g, 0.917 g ve 1.142 g uç kütlesi değerlerinde elde edilmektedir (Şekil 10 ve Şekil 11).

Diğer bir parametre ise piezoelektrik enerji hasatlayıcı (PEH) katman için kullanılan direnç değeridir. $10M\Omega$ direnç yükü altında farklı PEH konum ve uç kütlesi değerlerine karşı sistemin maksimum güç cevabı Tablo 3'te verilmiştir. Tablo 3'den anlaşılacağı üzere en yüksek güç çıktısı PEH katmanın gövdeye en yakın olduğu durumda görülmektedir. PEH konumunun gövdeye en yakın olduğu durumda (5 mm konum) uç kütlesi arttırıldığında elde edilen güç artmaktadır. Bu durum Şekil 9'da bulunan sonuç ile örtüşmektedir. PEH konumunun giriş ortasında (15 mm konum) ve gövdeye en uzak noktasında (25 mm konum) ise uç kütlesinin artması elde edilen gücü azaltmaktadır.

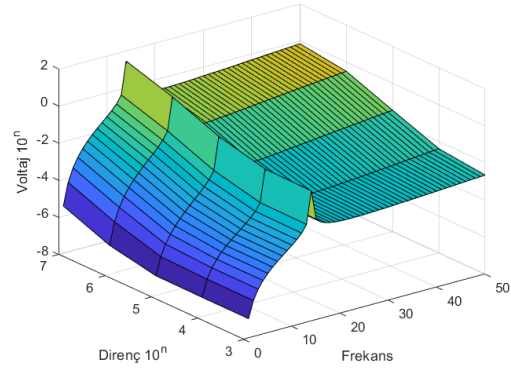
Tablo 3 Değişken PEH konumu ve uç kütlesine göre güç cevapları.

PEH konum	5 mm	15 mm	25 mm
Kütle			
0.716 g	3.382e-05	2.989e-04	3.976e-05
0.917 g	4.782e-04	1.969e-05	1.497e-07
1.142 g	1.977e-04	1.025e-06	1.968e-07

Bu durum da yine Şekil 10 ve Şekil 11'de elde edilen sonuçlar ile örtüşmektedir. Bu nedenle orta ve uzak konumlarda maksimum gücü elde edebilmek için uç kütlesi azaltılmalıdır. Sistemin değişken frekans ve direnç değerleri altındaki güç cevapları ise toplamda dokuz farklı grafik şeklinde verilebilir. Bunlar değişken piezoelektrik konumu ve uç kütlesine göre çizdirilmişlerdir. Şekil 12 ve Şekil 13'de 15 mm piezoelektrik hasatlayıcı (PEH) konumu ve 3.8 mm uç kütlesine sahip hasatlayıcı için voltaj ve güç cevapları görülmektedir. Bu konfigürasyon için maksimum gücün yaklaşık 12-13 Hz frekans'da olduğu görülmektedir. PEH katmanları arasındaki direnç değerinin artması da güç değerini ve voltaj değerini arttırdığı görülmüştür. Direnç değerinin artması voltaj eğrisinde güç eğrisine kıyasla daha yüksek bir eğimle voltaj değerinin artmasına sebep olmuştur.



Şekil 12. 15mm konum ve 0.716g uç kütlesine sahip sistemin değişken direnç ve frekans değerlerine göre güç cevabı.



Şekil 13. 15mm konum ve 0.716g uç kütlesine sahip sistemin değişken direnç ve frekans değerlerine göre voltaj cevabı.

5. SONUÇ

Çalışmanın sonucunda değişken uç kütlesi piezoelektrik katman konumu ve PEH katmanları arası direncin piezoelektrik enerji hasadı (PEH) sisteminin güç cevabına etkisi araştırılmıştır. Bu araştırma sonucunda aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir:

- Bimorf piezoelektrik enerji hasatlayıcı (PEH) katmanın sabit uç (gövde) konumundan serbest uca doğru kaydırılması sistemin doğal frekansının azalmasına sebep olmuştur.
- Maksimum gücün elde edildiği frekans değeri piezoelektrik enerji hasatlayıcı (PEH) konumunun gövdeye en yakın olduğu durumda (5 mm konum) en yüksek çıkmaktadır. Buna karşın, PEH konumunun gövdeye en uzak olduğu durumda (25 mm konum) maksimum gücün elde edildiği frekans değeri her zaman daha düşüktür.
- Elde edilen sonuçlar maksimum gücün PEH konumu, uç kütlesi ve PEH

katmanları arası direnç değerinin bir fonksiyonu olduğunu göstermektedir. Düşük uç kütlesi kullanımında (0.716 g), maksimum güç PEH katmanın giriş orta noktasında (15 mm konum), artan uç kütleleri durumunda (0.917 g ve 1.142 g), maksimum güç PEH katmanının sabit uca (gövdeye) en yakın pozisyonda üretildiğini göstermektedir.

- Sabit uca en yakın konumlanmış PEH için maksimum güç en yüksek uç kütlesi kullanılarak elde edilmişken (1.142 g), giriş ortasında (15 mm PEH konumu) ve gövdeye en uzak konumda (25 mm konum), düşük uç kütlesi kullanımı (0.716 g) elde edilen maksimum gücü arttırdığı görülmüştür.
- PEH konumunun üretilen güçte önemli bir etkisi vardır. Sabit gövdeye en yakın durumda (5 mm konum) uç kütlelerinin artması gücü artırırken, gövdeden uzak durumda (25 mm konum) uç kütlelerinin artması elde edilen güç değerinin azalmasına sebep olmuştur.
- Titreşim frekansı ve direnç değerlerinin de elde edilen potansiyel fark ve güç değerlerine olan etkileri incelenmiş, sistemin rezonans frekansında maksimum elektrik potansiyeli ve gücü verdiği görülmüştür. Ayrıca, direnç değerinin artması voltaj ve güç değerlerinde de artışa sebep olmuştur. Ancak voltaj eğrisinde bu artışın daha belirgin olduğu sonucuna varılabilir.
- Elde edilen sonuçlarda piezoelektrik seramik tabakanın alt katmana (çelik ankastre giriş) göre çok daha kalın olması ve hem katılık katsayılarını hem de kütle merkezini etkilemesi elde edilen sonuçlar üzerinde etkilidir. Bu etkiyi minimize etmek ve sadece PEH konumunun güç çıktısına olan etkisinin görülebilmesi için ankastre giriş tabakasının kalınlaştırılması ve piezoelektrik tabakanın inceltmesi düşünülebilir.
- Çalışmada elde edilen sonuçların hassasiyetinin artırılması açısından

frekans adımı düşürülmeli ve daha çok çözüm elde edilmelidir. Aynı zamanda direnç sayısının artırılması ve daha yüksek çözünürlükte grafikler elde edilmesi de yararlı olabilecektir.

6. KAYNAKLAR

- [1] A. Chawanda, P. Luhanga, (2012) Piezoelectric Energy Harvesting Devices: An Alternative Energy Source for Wireless Sensors, Smart Materials Research.
- [2] C. A. Howells. (2009), Piezoelectric energy harvesting, Energy Conversion and Management.
- [3] S. Priya, H. C. Song, et al. (2017), A Review on Piezoelectric Energy Harvesting: Materials, Methods, and Circuits, Energy Harvesting and Systems.
- [4] S. Roundy, P. K. Wright, J. Rabaey, (2003) A study of low level vibrations as a power source for wireless sensor nodes, Computer Communications
- [5] T. H. Ng, W. H. Liao, (2025) Sensitivity Analysis and Energy Harvesting for a Self-Powered Piezoelectric Sensor, Journal of Intelligent Material Systems and Structures.
- [6] Liao, Y., & Sodano, H. A. (2012). Optimal placement of piezoelectric material on a cantilever beam for maximum piezoelectric damping and power harvesting efficiency. Smart Materials and Structures, 21(10), 105014.
- [7] Wang, Q., & Wu, N. (2012). Optimal design of a piezoelectric coupled beam for power harvesting. Smart Materials and Structures, 21(8), 085013.
- [8] F. Li and G. Li (2015), "Application of ANSYS APDL in the Design of Piezoelectric Transducer," in Proceedings of the International Conference on Advanced Engineering Materials and Technology.